

1. ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ (СМО)

Ожидание того или иного вида обслуживания является частью нашей повседневной жизни. Мы стоим в очереди к кассам в продовольственных магазинах и выстраиваемся в очередь в почтовых отделениях. Однако, феномен ожидания характерен не только для людей: автомобили, движение которых приостановлено сигналом светофора, детали, поставленные в очередь для обработки на станке и т.п. К сожалению, феномен ожидания нельзя исключить без чрезмерных расходов. И лишь на одно мы можем надеяться – на возможность сокращения времени нежелательного ожидания в очереди до некоторых терпимых пределов.

Изучение очередей в системах массового обслуживания позволяет определить критерии функционирования обслуживающей системы, среди которых наиболее значимыми являются среднее время ожидания в очереди и средняя длина очереди. Эта информация используется затем для выбора надлежащего уровня обслуживания, что продемонстрировано на следующем примере.

Пример 4.1. Посетители ресторана быстрого питания жалуются на медленное обслуживание. В настоящее время в ресторане работают три кассира. Управляющий поручил консалтинговой фирме провести исследование жалобы. В результате была обнаружена следующая зависимость между числом кассиров и временем ожидания обслуживания.

Число кассиров	1	2	3	4	5	6	7
Среднее время ожидания (мин.)	16.2	10.3	6.9	4.8	2.9	1.9	1.3

Приведенные данные свидетельствуют о том, что при работающих в настоящее время трех кассирах среднее время ожидания обслуживания примерно равно 7 минут. Управляющий хочет уменьшить его примерно до трех минут. Как следует из этих же данных, среднее время ожидания становится меньше 3 минут, если число кассиров больше или равно 5.

Результаты исследования системы обслуживания также можно использовать для оптимизации модели со стоимостными характеристиками, в которой минимизируется сумма затрат, связанных с предоставлением услуг, и потерь, обусловленных задержками в их предоставлении.

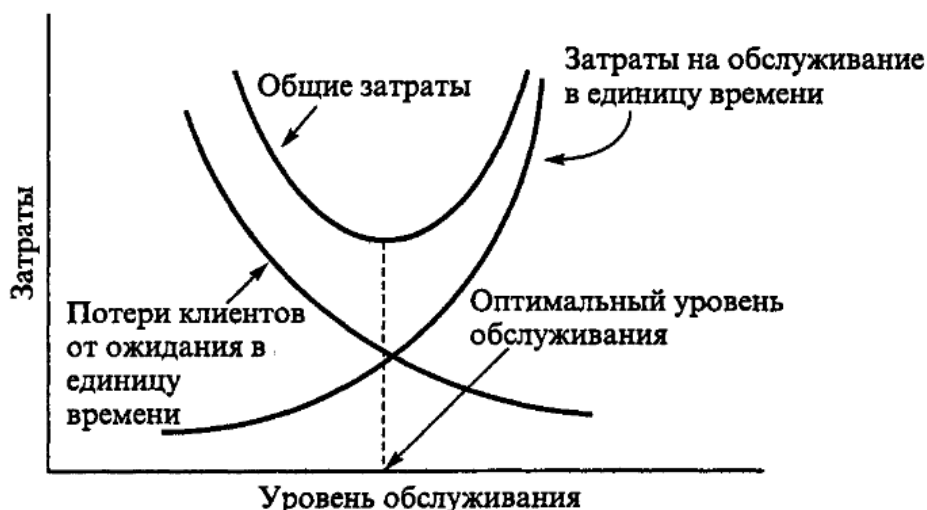


Рис. 4.1. Стоимостная модель системы обслуживания

На рис. 4.1. изображена типичная стоимостная модель системы обслуживания (в долларах за ед. времени), где затраты на обслуживание возрастают с ростом его уровня. В то же время потери, обусловленные задержками в предоставлении услуг, уменьшаются с возрастанием уровня обслуживания. Главной проблемой, связанной с применением стоимостных моделей, является трудность оценки потерь в единицу времени, обусловленных задержками в предоставлении услуг.

1.1. Основные компоненты моделей массового обслуживания

Основными элементами модели массового обслуживания являются **клиент** (заявка, требование на обслуживание либо просто «объект обслуживания») и **сервис** (обслуживающее устройство, средства обслуживания и т.п.). Клиенты поступают в систему обслуживания из **источника**. Поступив в сервис, они могут сразу же попасть на **обслуживание** или ожидать в **очереди**, если сервис занят. После завершения процедуры обслуживания сервис автоматически «выбирает» из очереди (если она имеется) одного из клиентов с тем, чтобы приступить к его обслуживанию. Если же очередь отсутствует, то сервис становится незанятым до прибытия нового клиента.

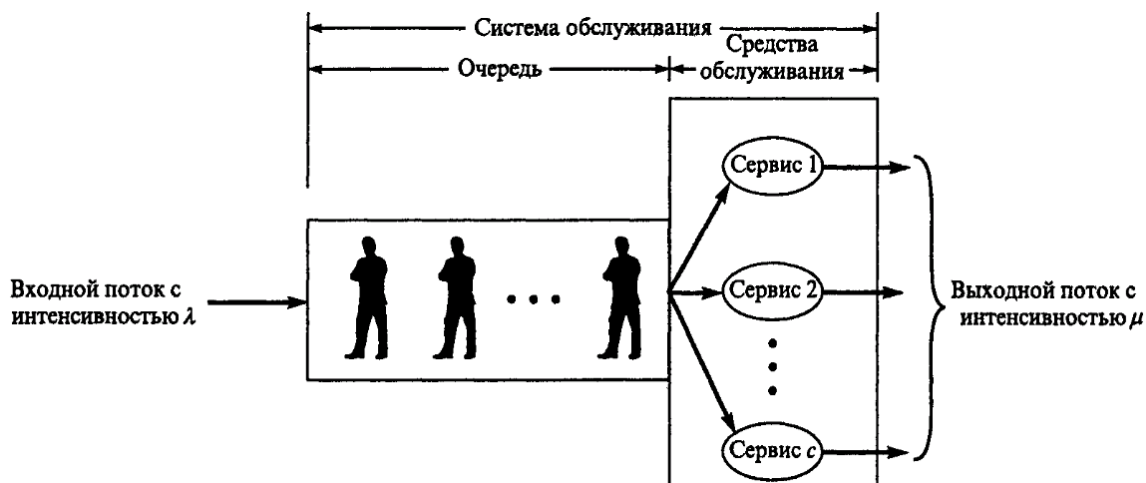


Рис. 4.2. Общая схема систем массового обслуживания

Поступление клиентов в систему обслуживания характеризуется **интервалом между их последовательными поступлениями**, а обслуживание – **временем обслуживания клиента**. В общем случае эти параметры могут быть и **детерминированными** (рис.4.3.а), как, например, прибытие на собеседование кандидатов на вакантную должность, и **случайными** (рис.4.3.б), как, например, в работе почтового отделения.

В анализе систем обслуживания определенную роль играет **длина очереди**, которая может быть **конечной**, как в буферной зоне между двумя последовательными обслуживающими устройствами, и **бесконечной**, как у обслуживающих операторов почтовых отделений.



Рис. 4.3. Модель работы системы

(стрелками показаны моменты поступления требований в систему, прямоугольниками – время обслуживания)

Важным фактором при анализе систем обслуживания является **дисциплина очереди**, или **принцип построения очереди**, определяющие порядок, в соответствии с которым выбираются клиенты из очереди для обслуживания. Наиболее распространенный принцип построения оче-

ди основан на правиле «первым пришел – первым обслуживаешься» (FIFO – First-In-First-Out первым пришел – первым вышел). Среди других правил, определяющих принцип построения очередей, укажем правило «последним пришел – первым обслуживаешься» (LIFO – Last-In-First-Out последним пришел – первым вышел) и дисциплину очереди, определяемую случайным правилом отбора клиентов. Кроме того, клиенты могут выбираться из очереди в соответствии с заданными **приоритетом**. Например, в производственном цехе срочные работы выполняются раньше обычных.

При анализе систем с очередями важным фактором является также поведение индивидуума, нуждающегося в обслуживании. Такие индивидуумы, выступающие в роли клиентов, при наличии параллельного обслуживания могут **перейти** из одной очереди в другую в надежде сократить продолжительность своего вынужденного ожидания. Они могут также **отказаться** от ожидания в очереди или **покинуть** очередь, простояв в ней какое-то время.

Структура обслуживающей системы может включать **один сервис** или **несколько сервисов обслуживания**, работающих **параллельно**. Кроме того, сервисы могут располагаться **последовательно**.

Источник, генерирующий «клиентов», подлежащих обслуживанию, может иметь конечную или бесконечную мощность. **Источник конечной мощности** ограничивает число клиентов (например, в цехе, располагающем N станками, суммарное количество потенциальных заявок на их ремонт не превышает N). Наоборот, **источник бесконечной мощности** всегда имеет клиентов в «изобилии» (например, звонки, поступающие на телефонную станцию).

Можно построить множество моделей систем массового обслуживания, варьируя перечисленные выше характеристики. Мы же в качестве ознакомления с теорией СМО рассмотрим лишь несколько моделей: две модели обслуживающей системы с одним прибором обслуживания и две модели обслуживающей системы с несколькими приборами обслуживания.

1.2. Функциональные характеристики моделей СМО

Рассмотрим характеристики входящего потока требований.

Поток требований называется стационарным, если вероятность попадания того или иного числа событий на участок времени определенной длины зависит только от длины этого участка.

Поток событий называется потоком без последствий, если число событий, попадающих на некоторый участок времени, не зависит от числа событий, попадающих на другие.

Поток событий называется ординарным, если невозможно одновременное поступление двух или более событий.

Поток требований называется пуассоновским (или простейшим), если он обладает тремя свойствами: стационарен, ординарен и не имеет последствий. Название связано с тем, что при выполнении указанных условий число событий, попадающих на любой фиксированный интервал времени, будет распределен по закону Пуассона.

Интенсивностью входящего потока заявок λ называется среднее число заявок, поступающих в СМО за единицу времени. Тогда μ – интенсивность потока обслуживания (интенсивность исходящего потока заявок), т.е. среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени.

Для стационарного потока λ постоянна. Если t – среднее значение интервала времени между двумя соседними заявками, то $\lambda = \frac{1}{t}$.

Время обслуживания $t_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ является случайной величиной и подчиняется экспоненциальному закону распределения.

Отношение интенсивности входящего потока к интенсивности потока обслуживания называется **загрузкой системы** $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$.

Загрузка – это среднее число заявок, приходящих за среднее время обслуживания одной заявки.

1.2.1. СМО с одним прибором и неограниченной очередью

Поскольку отсутствуют ограничения на емкость очереди, следовательно, все прибывающие клиенты могут попасть в систему обслуживания, т.е. вероятность отказа в обслуживании $P_{отказа} = 0$.

Предполагается, что клиенты поступают с постоянной интенсивностью λ . Интенсивность обслуживания также постоянна и равна μ клиентов в единицу времени.

Для рассматриваемой модели СМО обязательно должно выполняться условие $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$. Это значит, что для достижения системой стационарного режима функционирования необходимо, чтобы интенсивность поступления клиентов λ была строго меньше интенсивности обслуживания μ . В случае $\lambda \geq \mu$ система обслуживания будет функционировать в нестационарном режиме, когда длина очереди со временем неограниченно возрастает.

Укажем следующие функциональные характеристики данной системы:

Вероятность простоя (отсутствия клиентов)	$p_0 = 1 - \rho$
Вероятность того, что в системе находится n клиентов	$p_n = (1 - \rho)\rho^n, n = 1, 2, \dots$
Среднее число находящихся в системе клиентов	$L_s = \frac{\rho}{1 - \rho}$
Средняя продолжительность пребывания клиента в системе	$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu(1 - \rho)}$
Среднее число клиентов в очереди	$L_q = \lambda W_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$
Средняя продолжительность пребывания клиента в очереди	$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}$
Среднее количество занятых средств обслуживания (приборов, сервисов)	$\bar{c} = L_s - L_q = \rho$

Пример 4.2. Автоматическая мойка для автомобилей имеет только один моечный бокс. Автомобили прибывают (в соответствии с распределением Пуассона) со средним 4 машины в час и могут ожидать обслуживания на улице рядом с мойкой (на очередь ограничений нет). Время мойки автомобиля является экспоненциально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием 10 минут. Найти функциональные характеристики системы.

Решение. Для рассматриваемой задачи имеем:

$\lambda = 4$ автомобиля в час (интенсивность входящего потока),

$\mu = 60/10 = 6$ автомобилей в час (интенсивность исходящего потока).

Т.к. $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} < 1$, то система может функционировать в стационарном режиме.

Вероятность простоя (отсутствия клиентов)	$p_0 = 1 - \rho = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$						
Вероятность того, что в системе находится n клиентов	$p_n = (1 - \rho)\rho^n, n = 1, 2, \dots$						
	n	1	2	3	4	5	6
	p_n	0.22	0.15	0.099	0.066	0.044	0.029
	По этой таблице можно оценить количество клиентов в системе. В данном примере 1-3 машины.						
Среднее число находящихся в системе клиентов	$L_s = \frac{\rho}{1 - \rho} = 2$						
Средняя продолжительность пребывания клиента в системе	$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu(1 - \rho)} = \frac{1}{2}$ часа или 30 мин.						

Среднее число клиентов в очереди	$L_q = \lambda W_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{4}{3} \cong 1.33$
Средняя продолжительность пребывания клиента в очереди	$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{1}{3}$ часа или 20 мин.
Среднее количество занятых средств обслуживания (приборов, сервисов)	$\bar{c} = L_s - L_q = \rho = \frac{2}{3}$

1.2.2. СМО с одним прибором и ограниченной очередью

Эта модель отличается от рассмотренной выше только тем, что система вмещает не более N клиентов (максимальная длина очереди равняется $N-1$). Примерами обслуживающей системы такого типа служат производственные ситуации, когда станок может иметь ограниченную зону складирования заготовок и т.п.

Ситуация в рассматриваемой модели такова, что как только число клиентов системе достигает N , ни один из дополнительных клиентов на обслуживание не принимается.

Заметим, что в этой модели значение параметра $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ не обязательно должно быть меньше единицы, т.к. поступления клиентов в систему контролируется максимальной емкостью системы N . Это значит, что в данном случае в качестве интенсивности поступления клиентов скорее выступает $\lambda_{эфф}$, нежели λ . Так как клиенты будут потеряны в том случае, если в системе находится N клиентов, тогда, как показано на рис. 4.4.

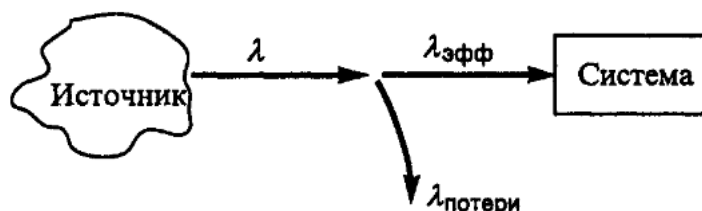


Рис. 4.4. Интенсивность входящего потока

$$\lambda_{потери} = \lambda \cdot p_N,$$

$$\lambda_{эфф} = \lambda - \lambda_{потери} = \lambda(1 - p_N).$$

Укажем следующие функциональные характеристики данной системы:

Вероятность простоя (отсутствия клиентов)	$p_0 = \begin{cases} \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}}, & \rho \neq 1 \\ \frac{1}{N+1}, & \rho = 1. \end{cases}$
---	--

Вероятность того, что в системе находится n клиентов	$p_n = \begin{cases} \rho^n \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}}, & \rho \neq 1, \\ \frac{1}{N+1}, & \rho = 1, \end{cases} \quad n = 0, 1, \dots, N.$
Среднее число находящихся в системе клиентов	$L_s = \frac{\rho(1 - (N+1)\rho^N + N\rho^{N+1})}{(1 - \rho)(1 - \rho^{N+1})}, \quad \rho \neq 1.$ При $\rho = 1$ $L_s = \frac{N}{2}$
Средняя продолжительность пребывания клиента в системе	$W_s = \frac{L_s}{\lambda_{эфф}} = \frac{L_s}{\lambda(1 - p_N)}, \rho \neq 1$
Среднее число клиентов в очереди	$L_q = \lambda_{эфф} W_q = \lambda(1 - p_N) W_q$
Средняя продолжительность пребывания клиента в очереди	$W_q = W_s - \frac{1}{\mu}, \rho \neq 1$
Среднее количество занятых средств обслуживания (приборов, сервисов)	$\bar{c} = L_s - L_q$

Пример 4.3. Рассмотрим ситуацию с автомойкой автомобилей из примера 4.2. Пусть станция имеет четыре места для стоянки автомобилей. Если все места на стоянке заняты, вновь прибывающие автомобили вынуждены искать другую автомойку. Найти функциональные характеристики системы. Также хозяин хочет определить влияние ограниченного количества мест для стоянки автомобилей на потери клиентов.

Решение. Для рассматриваемой задачи имеем:

Как и в предыдущей задаче $\lambda = 4$ автомобиля в час, $\mu = 60/10 = 6$ автомобилей в час. Максимальная вместимость системы $N = 4 + 1 = 5$ автомобилей.

Вероятность простоя (отсутствия клиентов)	$p_0 = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} = \frac{1 - 2/3}{1 - 2/3^5} \approx 0.365$
Вероятность отказа	$p_N = \rho^N \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} \approx 0.048$
Интенсивность поступления	$\lambda_{эфф} = \lambda(1 - p_N) = 3.808$
Среднее число находящихся в системе клиентов	$L_s = \frac{\rho(1 - (N+1)\rho^N + N\rho^{N+1})}{(1 - \rho)(1 - \rho^{N+1})} \approx 1.423$
Средняя продолжительность пребывания клиента в системе	$W_s = \frac{L_s}{\lambda_{эфф}} = \frac{1.423}{3.808} \approx 0.374 \text{ часа или } \approx 22.4 \text{ мин.}$
Среднее число клиентов в очереди	$L_q = \lambda_{эфф} W_q = 3.808 \cdot 0.207 \approx 0.788$

Средняя продолжительность пребывания клиента в очереди	$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = 0.207$ часа или 12.4 мин.
Среднее количество занятых средств обслуживания (приборов, сервисов)	$\bar{c} = L_s - L_q \cong 0.635$

Т.к. емкость системы равняется $N=5$, доля потерянных клиентов составляет $p_5 = \rho^5 \frac{1-\rho}{1-\rho^6} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^6} \cong 0.048$, что при круглосуточной работе моечной станции эквивалентно потере $\lambda p_5 \cdot 24 \cong 4.62$ автомобилей в день.

1.2.3. СМО с несколькими приборами и неограниченной очередью

Эта модель предусматривает работу с параллельных приборов обслуживания. Интенсивность входного потока клиентов равна λ , а интенсивность обслуживания клиентов - μ для каждого сервиса. Поскольку отсутствуют ограничения на количество клиентов в системе, то $\lambda_{эфф} = \lambda$. Для рассматриваемой модели СМО обязательно должно выполняться условие $\frac{\rho}{c} < 1$.

Укажем следующие функциональные характеристики данной системы:

Вероятность простоя (отсутствия клиентов)	$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{(c-1)!(c-\rho)} \right\}^{-1}$
Вероятность того, что в системе находится n клиентов	$p_n = \begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} p_0, & n \leq c, \\ \frac{\rho^n}{c!c^{n-c}} p_0, & n > c. \end{cases}$
Среднее число находящихся в системе клиентов	$L_s = L_q + \rho$
Средняя продолжительность пребывания клиента в системе	$W_s = \frac{L_s}{\lambda}$
Среднее число клиентов в очереди	$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} p_0$
Средняя продолжительность пребывания клиента в очереди	$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$
Среднее количество занятых средств обслуживания (приборов, сервисов)	$\bar{c} = L_s - L_q$

Пример 4.4. В небольшом городке функционируют две службы такси. Каждая из них располагает двумя автомобилями, заказы на обслуживание делятся службами практически поровну. Заказы в диспетчерское отделение обеих служб поступают с одной и той же интенсивностью, равной 8 вызовам в час. Среднее время выполнения одной заявки составляет 12 минут. Потоки заявок являются простейшими.

Недавно обе службы были приобретены инвестором, который заинтересован в их объединении с единым диспетчерским пунктом для обеспечения более быстрого обслуживания клиентов. Необходимо проанализировать предложения нового хозяина.

Решение. С точки зрения теории массового обслуживания, такси представляют собой *обслуживающие устройства*, а вызов такси является *заявкой*.

Каждая служба такси может быть представлена моделью с $c=2$ обслуживающими устройствами и неограниченной очередью. Для каждой такой системы $\lambda = 8$ вызовов в час и $\mu = 60/12 = 5$ поездок на одно такси в час.

Объединение служб такси приведет к модели с $c=4$ обслуживающими устройствами и неограниченной очередью. Для такой системы $\lambda = 2 \cdot 8 = 16$ вызовов в час и $\mu = 60/12 = 5$ поездок на одно такси в час.

Подходящей мерой для сравнения двух моделей обслуживания является **среднее время ожидания клиентом такси** от момента его вызова до момента прибытия автомобиля, т.е. W_q .

Найдем эту характеристику

	$c=2$	$c=4$
Вероятность проста (отсутствия клиентов)	$p_0 = 0.111$	$p_0 = 0.027$
Среднее число находящихся в системе клиентов	$L_s = 2.844 + 1.6 = 4.444$	$L_s = 2.386 + 3.2 = 5.586$
Средняя продолжительность пребывания клиента в системе	$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{4.444}{8} = 0.556$	$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{4.444}{8} = 0.556$
Среднее число клиентов в очереди	$L_q = 2.844.$	$L_q = 2.386.$
Средняя продолжительность пребывания клиента в очереди	$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = 0.356$ часа или 21.3 мин	$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = 0.149$ часа или 8.9 мин

Среднее количество занятых средств обслуживания (приборов, сервисов)	$\bar{c} = L_s - L_q = 1.6$	$\bar{c} = L_s - L_q = 3.2$
--	-----------------------------	-----------------------------

Результаты показывают, что время ожидания клиентом приезда автомобиля равняется 0.356 часа (примерно 21 минута) для модели обслуживания с двумя таксомоторными службами и 0.149 часа (примерно 9 минут) для модели обслуживания в объединенном варианте. Значительное уменьшение (более чем на 50%) функционального показателя рассмотренной обслуживающей системы делает очевидной целесообразность объединения двух служб такси.

Из приведенного анализа следует, что объединение **систем обслуживания** всегда обеспечивает более эффективный режим работы. Этот вывод остается справедливым даже в том случае, когда загруженность всех сервисов очень высока.

1.2.4. СМО с несколькими приборами и ограниченной очередью

Эта модель обслуживающей системы отличается от предыдущей модели тем, что емкость системы ограничена сверху значением N (тогда максимальная длина очереди равна $m = N - c$). Интенсивности поступления и обслуживания равны λ и μ соответственно. Эффективная интенсивность поступления заявок в систему обслуживания $\lambda_{эфф} < \lambda$ в силу ограниченности емкости системы значением N .

Основные функциональные характеристики такой системы:

- *вероятность простоя (отсутствия клиентов)*

$$p_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^c \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{s=1}^m \left(\frac{\rho}{c} \right)^s};$$

- *вероятность того, что k каналов заняты обслуживанием*

$$p_k = \frac{\frac{\rho^k}{k!}}{1 + \sum_{k=1}^c \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{s=1}^m \left(\frac{\rho}{c} \right)^s};$$

- *вероятность того, что все каналы заняты обслуживанием и s заявок находятся в очереди*

$$p_{n+s} = \frac{\frac{\rho^c}{c!} \cdot \left(\frac{\rho}{c}\right)^s}{1 + \sum_{k=1}^c \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{s=1}^m \left(\frac{\rho}{c}\right)^s};$$

- вероятность отказа заявке в обслуживании, которая равна вероятности того, что в очереди уже стоят m заявок

$$p_N = \frac{\frac{\rho^{c+m}}{c^m \cdot c!}}{1 + \sum_{k=1}^c \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{s=1}^m \left(\frac{\rho}{c}\right)^s};$$

- среднее число заявок, стоящих в очереди

$$L_q = \sum_{s=1}^m s \cdot p_{c+s} = \sum_{s=1}^m s \cdot \frac{\frac{\rho^c}{c!} \cdot \left(\frac{\rho}{c}\right)^s}{1 + \sum_{k=1}^c \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{s=1}^m \left(\frac{\rho}{c}\right)^s}.$$

Поскольку ни один клиент не может попасть в систему после того, как достигнут лимит N по ее вместимости, то

$$\lambda_{\text{потери}} = \lambda p_N,$$

$$\lambda_{\text{эфф}} = \lambda - \lambda_{\text{потери}} = (1 - p_N)\lambda.$$

Значения для W_s и W_q можно найти путем деления на $\lambda_{\text{эфф}}$ значений L_s и L_q .

Пример 4.5. Пусть в задаче, связанной с объединением служб такси, которая рассматривалась в предыдущем примере, известно, что объединенная служба такси не имеет финансовых возможностей для покупки новых автомашин. Друг нового хозяина советует ему, что одной из возможностей уменьшения времени ожидания клиентами заказанного такси является информирование их диспетчерской службы о возможных задержках с прибытием заказанной автомашины, как только список ожидающих клиентов достигнет 6. Эта мера, несомненно, заставит новых клиентов искать обслуживания в другом месте, что уменьшит время ожидания тех клиентов, которые уже ожидают в очереди. Требуется исследовать, насколько хорошим является совет друга.

Решение. Ограничение списка ожидающих в очереди до 6 клиентов равносильно тому, что емкость системы становится равной $N = 6 + 4 = 10$ клиентов. Следовательно, мы имеем дело с системой с $c = 4$ обслуживающими устройствами и ограниченной очередью.

$\lambda = 16$ клиентов в час и $\mu = 5$ поездок в час на одно такси.

Вероятность простоя (отсутствия клиентов)	$p_0 = 0.031$
---	---------------

Вероятность отказа	$p_N = 0.036$
Интенсивность поступления заявок	$\lambda_{эфф} = (1 - p_N)\lambda = 15.428$
Среднее число находящихся в <i>системе</i> клиентов	$L_s = 1.154 + 3.2 = 4.354$
Средняя продолжительность пребывания клиента в <i>системе</i>	$W_s = \frac{L_s}{\lambda_{эфф}} = \frac{4.354}{8} = 0.544$
Среднее число клиентов в <i>очереди</i>	$L_q = 1.154.$
Средняя продолжительность пребывания клиента в <i>очереди</i>	$W_q = \frac{L_q}{\lambda_{эфф}} = 0.0748$ часа или 4.5 мин
Среднее количество занятых средств обслуживания (приборов, сервисов)	$\bar{c} = L_s - L_q = 3.2$

Среднее время ожидания W_q в случае отсутствия ограничения на емкость системы, равняется 0,149 часа (≈ 9 минут) (из решения предыдущей задачи), что почти в два раза больше значения 0,075 (≈ 4.5 минуты) аналогичного показателя при наличии ограничения на емкость системы. Это существенное уменьшение функциональной характеристики системы достигнуто за счет потери примерно 3.6% потенциальных клиентов.